

TUTORIAL DE PREPARACIÓN

MATEMÁTICA 2009

“RELACIONES MÉTRICAS EN EL
TRIÁNGULO RECTÁNGULO”

I.- MARCO TEORICO

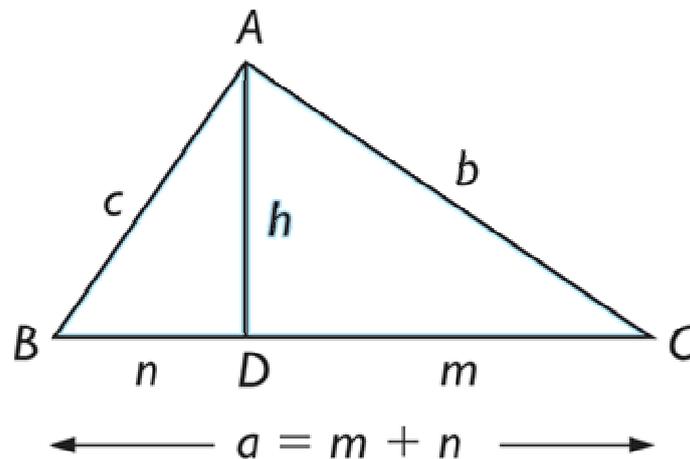
Las relaciones métricas en un triángulo rectángulo son 5 relaciones aplicables sólo a este tipo de triángulos. Estas relaciones son:

- **Teorema de Pitágoras** (filósofo y matemático griego, aproximadamente 582 a. C. - 507 a. C.)
- **Teorema de Euclides** (matemático y geómetra griego, aproximadamente 300 a. C. – 265 a. C.), de donde se desprenden tres relaciones.
- Una última relación que es consecuencia del teorema de Euclides.

Estas relaciones se aplican sobre las dimensiones de los catetos, la hipotenusa, la altura relativa a la hipotenusa y los segmentos determinados sobre ésta como proyecciones de los catetos.

Elementos del triángulo rectángulo.-

- **Catetos:** b y c .
- **Hipotenusa:** a .
- **Altura relativa a la hipotenusa:** h .
- Segmentos determinados sobre la hipotenusa como proyecciones de los catetos: m y n , se cumple que: $a = m + n$.



Relaciones métricas en un triángulo rectángulo:

- Teorema de Pitágoras: El cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

- Teorema de Euclides: Son 3 relaciones:

1. El cuadrado de un cateto es igual al producto de la hipotenusa por la proyección de este mismo cateto sobre la hipotenusa:

$$b^2 = a \times m \quad c^2 = a \times n$$

2. El cuadrado de la altura es igual al producto de las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa:

$$h^2 = m \times n$$

3. El producto de los catetos es igual al producto de la hipotenusa por su altura:

$$b \times c = a \times h$$

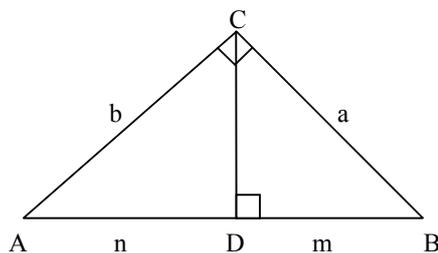
- Última relación: El inverso del cuadrado de la altura es igual a la suma de los inversos de los cuadrados de los catetos:

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$$

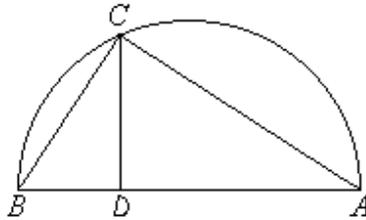
II.- EJERCICIOS

1. Si en un $\triangle ABC$ rectángulo en C , los catetos son $\overline{CB} = 6\text{cm}$ y $\overline{CA} = 8\text{cm}$.
¿Cuál es el valor de la hipotenusa \overline{AB} ?
2. Si en un $\triangle ABC$ rectángulo en C , un cateto es $\overline{CB} = 5\text{cm}$ y la hipotenusa $\overline{AB} = 13\text{cm}$. ¿Cuál es el valor del otro cateto \overline{CA} ?
3. Calcular el área de un triángulo equilátero de lado 8cm .
4. El perímetro de un trapecio isósceles es de 110m , las bases miden 40 y 30m respectivamente. Calcular los lados no paralelos y el área.
5. En el $\triangle ABC$ de la figura, rectángulo en C , se tiene $b = 3\text{cm}$ y $a = 4\text{cm}$.
Entonces, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) correctas?

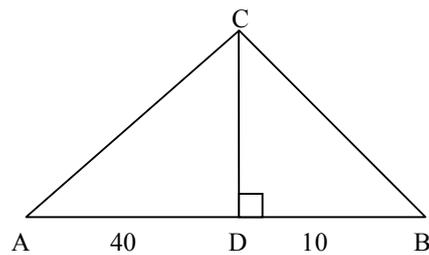
- I) $h = \sqrt{5}$.
- II) $m = \frac{16}{5}$.
- III) $n = \frac{9}{5}$.



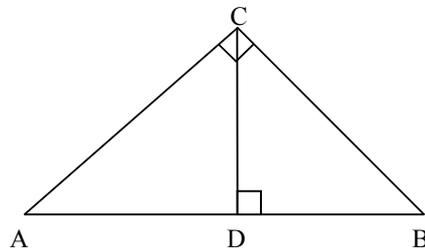
6. En la semicircunferencia de la figura. $\overline{AB} \perp \overline{CD}$, $\overline{AD} = 3\text{cm}$ y $\overline{DB} = 1\text{cm}$.
 ¿Cuánto mide el segmento \overline{CD} ?



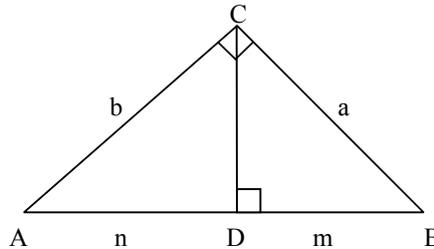
7. El $\triangle ABC$ de la figura es rectángulo en C , entonces \overline{CD} es:



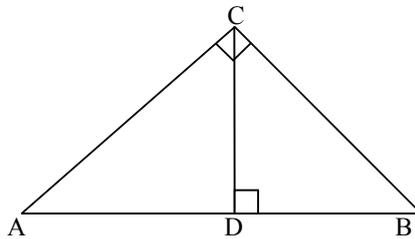
8. En el \triangle rectángulo de la figura, \overline{CD} altura. Si $\overline{CD} = 6$ y $\overline{DB} = 12$, entonces \overline{AC} es:



9. En el $\triangle ABC$ de la figura, rectángulo en C , se tiene $m = 3\text{cm}$ y $n = 4\text{cm}$. En tal caso, el valor de $a^2 + b^2$ es:

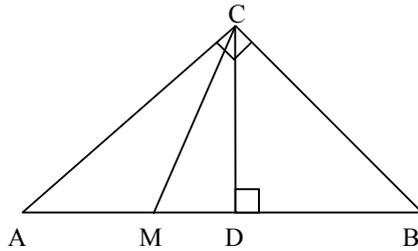


10. En el \triangle rectángulo de la figura, \overline{CD} altura. Si $\overline{BC} = 6$ y $\overline{DB} = 4$, entonces \overline{AC} es:

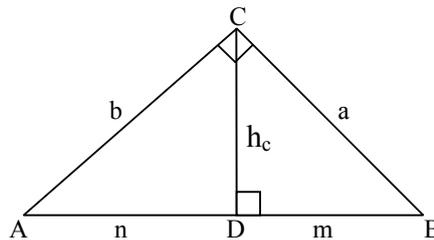


11. El cateto menor de un triángulo rectángulo mide 11cm . y el otro cateto y la hipotenusa están expresados por dos números naturales consecutivos. ¿Cuál es el perímetro del triángulo?
12. La altura correspondiente a la hipotenusa en un triángulo rectángulo divide a esta en segmentos cuyas longitudes son 6 y 21cm . ¿Cuáles son las longitudes de los catetos?

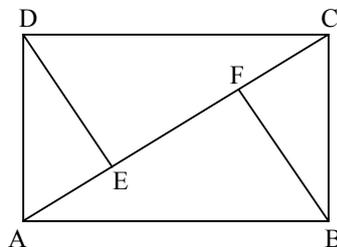
13. En el Δ rectángulo en C , \overline{CD} altura y \overline{CM} transversal de gravedad. Si $\overline{CB} = 30\text{cm}$ y $\overline{AC} = 40\text{cm}$, entonces \overline{MD} es:



14. En el siguiente triángulo rectángulo, si $a = 6$ y $b = 8$, entonces $n^2 + m^2 + 2nm$ es igual a:



15. En la figura, $ABCD$ es un rectángulo de lados $\overline{AB} = 8\text{cm}$ y $\overline{BC} = 6\text{cm}$. Se dibuja la diagonal \overline{AC} , con $\overline{BF} \perp \overline{AC}$ y $\overline{DE} \perp \overline{AC}$, entonces \overline{EF} mide:



III. RESPUESTAS O SOLUCIONES

1. 10cm.
2. 12cm.
3. $16\sqrt{3}cm^2$
4. $20m,175\sqrt{15}m^2$
5. Sólo II y III.
6. $\overline{CD} = \sqrt{3}$.
7. $\overline{CD} = 20$.
8. $\overline{AC} = 3\sqrt{5}$.
9. $a^2 + b^2 = 49cm^2$.
10. $\overline{AC} = \frac{15}{4}cm$.
11. 132cm.
12. $9\sqrt{2}$ y $9\sqrt{7}$.
13. $\overline{MD} = 7cm$.
14. 100.
15. $\overline{EF} = 2,8cm$.